

На правах рукописи

ТРЕФИЛИНА ЕЛЕНА РУДОЛЬФОВНА

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО  
СОСТОЯНИЯ ДВУХФАЗНОГО ВЯЗКОУПРУГОГО  
ПОЛУПРОСТРАНСТВА

01.02.04 - Механика деформируемого твердого тела

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук

Казань 2004

Работа выполнена на кафедре математики и информатики  
Государственного образовательного учреждения высшего профессио-  
нального образования Тюменского государственного университета

Научный руководитель: кандидат физико-математических  
наук, доцент Мальцева Татьяна Владимировна

Официальные оппоненты: - доктор технических наук, профессор  
Васильев Виталий Захарович  
- доктор физико-математических наук,  
профессор Паймушин Виталий Николаевич

Ведущая организация – Тюменский государственный нефтегазовый  
университет

Защита состоится “\_\_\_” \_\_\_\_\_ 2004 г. в \_\_\_\_\_ часов на заседа-  
нии Диссертационного совета № Д 212.081.11 Казанского государ-  
ственного университета им. В.И. Ульянова-Ленина по адресу: г. Ка-  
зань,  
ул. Кремлевская, 18.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им. Н. И.  
Лобачевского Казанского государственного университета

Автореферат разослан “\_\_\_” \_\_\_\_\_ 2004 г.

Ученый секретарь

Диссертационного совета \_\_\_\_\_ к. ф.-м.н. Саченков А. А.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Механика водонасыщенных (двухфазных) грунтов при статических нагрузках, основателем которой был К. Терцаги (1924), является ветвью линейной теории фильтрации, в которой процесс консолидации описывается уравнением или системой уравнений параболического типа. Известно, что расхождение между теорией фильтрационной консолидации и натурным экспериментом, продолжительностью десять лет, заключается в том, что теория не описывает остаточные поровые давления, то есть давления, не изменяющиеся во времени. Поэтому диссертация посвящена модели, основанной на системе эллиптических уравнений, которые от времени не зависят.

После окончания процесса консолидации наступает стабилизированное состояние двухфазной системы, такое что напряжения и перемещения во времени не изменяются. Тогда закон Дарси и уравнение сохранения массы поровой воды к стабилизированному состоянию не применимы. Следовательно, стабилизированное состояние может быть описано только системой эллиптических уравнений. Таким образом, другое научное направление в механике двухфазных систем является новой ветвью линейной теории упругости (время отсутствует), вязкоупругий вариант – новой ветвью линейной наследственной теории вязкоупругости.

Представляется интересным провести на типовых плоских и пространственных задачах сопоставление решений, полученных по трем научным направлениям (теории фильтрационной консолидации, теории упругости и новой кинематической модели) и показать разгружающее влияние остаточных и промежуточных поровых давлений на уменьшение напряжений и деформаций, возникающих в твердой фазе (скелете) двухфазного полупространства (основания).

Цель работы заключается в теоретическом исследовании плоского и пространственного напряженно-деформированных состояний двухфазных полуплоскости и полупространства в двух вариантах. В первом варианте, который условно называется упругим, решение от времени не зависит, теория фильтрационной консолидации не применяется. Во втором варианте (вязкоупругом) для системы фиксированных точек пространственных координат решение разворачивается во времени без привлечения закона Дарси и уравнения сохранения массы поровой воды.

Для достижения цели были решены следующие задачи:

- известные фундаментальные решения (Мальцева Т.В.) для полосовой нагрузки (задача типа Фламана) и для сосредоточенной силы (задача типа Буссинеска) использованы для построения решений задач о загрузке дневной поверхности типовыми нагрузками;
- для системы точек пространственных координат получены аналоги соответствующих решений в рамках линейной наследственной теории вязкоупругости;
- проведены сопоставления новых решений с известными решениями по теории фильтрационной консолидации в начале процесса консолидации и по теории упругости после окончания процесса консолидации;
- проанализирован вклад остаточных и текущих поровых давлений, направленный на уменьшение напряжений в твердой фазе и, как следствие, на уменьшение перемещений твердой фазы;
- предложены новые приближенные выражения для напряжений и деформаций каждой из фаз и проведена оценка их погрешности.

Научная новизна:

- получены аналитические зависимости, описывающие напряженно-деформированное состояние каждой из фаз двухфазной среды с

учётом остаточного порового давления, для нескольких видов полосовой нагрузки, для нагрузок по прямоугольной и круглой площадкам;

- введены упрощения в аналитические зависимости и оценена их погрешность, упрощения позволили наглядно показать зависимость напряжений и деформаций двухфазного тела от механических характеристик каждой из фаз и, как следствие, получить решения задач в вязкоупругой постановке, а также упростить реализацию задач для стабилизированного состояния;

- для описания консолидации двухфазной полуплоскости по вязкоупругому варианту кинематической модели выполнены численная реализация и графическое представление основных результатов решения.

#### Практическая значимость:

- учет разгружающего влияния поровых давлений на уменьшение напряжений и деформаций в твердой фазе приводит к более достоверному прогнозированию в первую очередь осадок (вертикальных перемещений точек дневной поверхности) двухфазной полуплоскости или двухфазного полупространства;

- полученные результаты позволяют сделать теоретический прогноз во времени не только осадок дневной плоскости, но и компонент перемещений твердой и жидкой фаз для системы фиксированных точек двухфазного полупространства; одно из решений сопоставлено на начальном временном отрезке с известным решением по теории фильтрационной консолидации, а на заключительном временном отрезке с известным решением по теории упругости;

- результаты работы можно также применить:  
для исследования взаимовлияния двух и более сооружений при стабилизированном состоянии и в процессе консолидации;  
для моделирования воздействия тела автодороги на основание и вертикального армирования основания автомобильной дороги.

Достоверность результатов обеспечивается использованием классических уравнений механики деформируемого твёрдого тела и сопоставлением новых теоретических и численных решений с известными решениями теории упругости и теории фильтрационной консолидации.

На защиту выносятся:

- аналитические формулы для напряжений и перемещений, основанные на известных фундаментальных решениях, для каждой из фаз двухфазного тела при загрузении типовыми нагрузками;

- упрощения аналитических формул с оценкой их погрешности, приводящие к более наглядной зависимости напряжений и деформаций от механических параметров двухфазной системы и к облегчению получения решения вязкоупругой задачи;

- расчет вязкоупругой двухфазной полуплоскости и его сопоставление на начальном временном отрезке с известным решением по теории фильтрационной консолидации и на заключительном временном отрезке с известным решением по теории упругости;

- взаимовлияние фундаментов по деформациям и напряжениям в жидкой и твердой фазах в условиях городской застройки с учетом разгружающего вклада поровой жидкости и связанный с ними механический эффект, который заключается в том, что на глубине  $4b$ , где  $b$  - ширина фундамента, напряжения в жидкой фазе составляют 70% от суммарных напряжений в двух фазах.

Апробация работы. Основные положения диссертации докладывались и обсуждались на следующих семинарах и конференциях:

- научные семинары кафедры математики и информатики, факультета математики и компьютерных наук ТюмГУ (2002-2004гг.),

- Научно-практическая конференция, посвященная 30-летию ТюмГАСА «Актуальные проблемы строительства и экологии Западно-Сибирского региона» (Тюмень, 2000 г.),

-III-я научная конференция молодых ученых аспирантов и соискателей ТюмГАСА (Тюмень, 2002 г.),

-Всероссийская конференция НГАСУ «Научно-технические проблемы в строительстве» (Новосибирск, 2003 г.)

-научный семинар по механике Казанского государственного университета (Казань, 2004 г.)

По результатам исследований опубликовано 12 работ.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, списка литературы. Объем диссертации 107 страниц, в том числе 47 рисунков. Список литературы состоит из 70 наименований.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы. Сформулированы цели и задачи исследований, научная новизна и практическая значимость полученных результатов.

**В первой главе** рассматриваются некоторые модели и теории расчета двухфазного полупространства и примеры натурных испытаний и лабораторных исследований.

*Модель упругого изотропного полупространства* относится к основным моделям для анализа напряженно-деформированного состояния оснований сооружений и расчета конструкций на упругом основании. Авторами модели являются Ж. Буссинеск и Фламан.

Возникновение и развитие теории фильтрационной консолидации связано с работами К. Терцаги, В.А. Флорина, Н.М. Герсегонова, М. Био, Н.А. Цытовича, Ю.К. Зарецкого и других авторов.

В. А. Флориным и позднее М. Био была предложена *расчетная модель объемных сил* при линейно-деформируемом скелете грунта. По этой модели процесс консолидации грунта сопровождается воз-

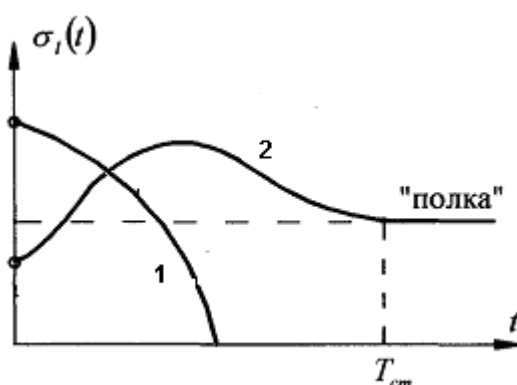


никновением сил взаимодействия между двумя фазами грунта в виде объемных сил, обусловливаемых явлениями взвешивания скелета грунта за счет возникших давлений в поровой жидкости.

По теориям *З. Г. Тер-Мартirosяна* и *Ю. К. Зарецкого* одномерная задача уплотнения двухфазной среды решается с учетом линейной наследственной ползучести и сжимаемости поровой жидкости. Прогнозирование осадок оснований сооружений согласно теории *Ю. К. Зарецкого* целесообразно для глинистых грунтов текучепластичной консистенции, суглинков и других грунтов, для которых характерна нелинейная связь между напряжениями и деформациями, вытекающая из теории пластичности.

В нелинейной модели фильтрационной консолидации в постановке *А. В. Костерина* скелет описывается реологическим соотношением типа Кельвина – Фойгта и типа Максвелла. Вместо закона Дарси предлагается более общий закон фильтрации насыщающей жидкости.

Анализ всех моделей показал, что по всем теориям фильтрационной консолидации, основанным на системе параболических уравнений, остаточные поровые давления обязательно обращаются в ноль и двухфазная система становится однофазной (кривая 1 - теория, кривая 2 – эксперимент, рис.1).



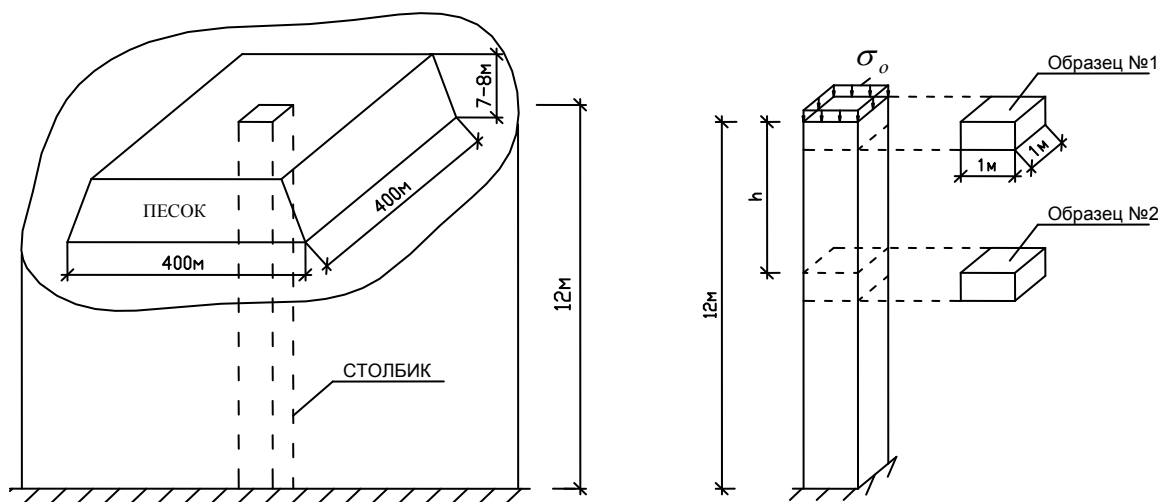
**Рис. 1** Изменение во времени порового давления

Другое научное направление, основанное на системе эллиптических уравнений, наоборот, адекватно натурному эксперименту описы-

вает остаточные поровые давления. В соответствии с экспериментом, начиная с глубины 2 м от дневной поверхности, характерный график  $\sigma_i$  во времени имеет вид кривой 2 на рисунке 1.

Немонотонное изменение порового давления во времени отвечает процессу консолидации. Горизонтальная полка отвечает стабилизированному состоянию системы.

Натурные испытания водонасыщенных грунтов (А.К. Бугров, А.В. Голли, А.А. Каган и др.) показывают наличие порового давления в стабилизированном состоянии полупространства, тот же эффект остаточных поровых давлений получен в лабораторных экспериментах с крупногабаритными образцами (А. В. Набоков, В. А. Демин). В Санкт-Петербурге были проведены многолетние (десять лет) натурные исследования напряженно деформированного состояния и консолидации оснований сооружений комплекса защиты города от наводнений, расположенных на трассе, соединяющей северные и южные берега Финского залива Балтийского моря.



**Рис. 2** Полигон для изучения процесса консолидации без дрен.

Основание представляло собой мощный – до 28 м -слой слабых сильносжимаемых глинистых озерно-ледниковых отложений, подстилаемых плотными моренными суглинками полутвердой и твердой кон-

систенции. Эксперименты проводились на опытных полигонах, которые статически загружались песчаной насыпью, без дрен и с различными схемами дренирования.

На полигоне без дрен приложение нагрузки вызывало мгновенное возрастание порового давления, рассеивание которого продолжалось в течение 10 месяцев, глубина сжимаемой толщи оказалась равной 12 м. В последующие пять лет наблюдений фиксировались колебания величины порового давления с выраженной тенденцией возрастания. На полигоне, где осуществлялось дренирование, в течение 3,5 лет зафиксирован некоторый рост порового давления. Осадки недренированного основания к концу пятого года наблюдений оказались почти на порядок меньше, чем осадки дренированного основания в сходных условиях. Экспериментаторы объяснили это наличием у глинистых грунтов начального градиента напора.

Для учета порового давления в стабилизированном состоянии в работе использована кинематическая модель Л. Е. Мальцева (1991).

Согласно данной модели грунт представляет собой сплошную двухфазную среду. Модель является феноменологической, её параметры находятся из экспериментов и механизм взаимодействия фаз, основанный на их молекулярной природе, не рассматривается.

Кинематическая модель основана на двух предположениях:

1. Относительная деформация жидкой фазы пропорциональна перепаду порового давления, приходящемуся на единицу длины

$$\varepsilon_l = \frac{h}{E_l} \frac{d\sigma_l}{dz}$$

и вызывается перепадом давления. Относительная деформация  $\varepsilon_l$  описывает локальное изменение объема пор.  $dn = \varepsilon_l dz \cdot A$ , где  $A$  – площадь поперечного сечения образца.

2. Относительные деформации жидкой и твердой фаз пропорциональны и противоположны по знаку.

$$\varepsilon_s = -\varepsilon_l.$$

**Во второй главе** проведен расчет упругой двухфазной полуплоскости в стабилизированном состоянии.

Рассмотрим напряженное состояние двухфазного полупространства, нагруженного полосовой нагрузкой (задача типа Фламана).

Постановка краевой задачи:

$$\frac{\partial(\sigma_{sr} - \sigma_{lr})}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{(\sigma_{sr} - \sigma_{lr}) - (\sigma_{s\theta} - \sigma_{l\theta})}{r} = 0,$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\sigma_{s\theta} - \sigma_{l\theta})}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0 \text{ - уравнения равновесия;}$$

$$\sigma_{sr} = \frac{E_s}{1-\nu^2} (\varepsilon_{sr} + \nu \varepsilon_{s\theta}), \quad \sigma_{s\theta} = \frac{E_s}{1-\nu^2} (\varepsilon_{s\theta} + \nu \varepsilon_{sr}),$$

$$\frac{\partial \sigma_{lr}}{\partial r} = \frac{E_l}{h} \varepsilon_{lr}, \quad \frac{\partial \sigma_{l\theta}}{\partial \theta} = \frac{E_l}{h} \varepsilon_{l\theta} \text{ - физические уравнения;}$$

$$\varepsilon_{sr} = \frac{\partial u_{sr}}{\partial r}, \quad \varepsilon_{s\theta} = \frac{u_{sr}}{r} + \frac{\partial u_{s\theta}}{r \partial \theta},$$

$$\varepsilon_{lr} = \frac{\partial u_{lr}}{\partial r}, \quad \varepsilon_{l\theta} = \frac{u_{lr}}{r} + \frac{\partial u_{l\theta}}{r \partial \theta},$$

$$\gamma_{sr\theta} = \frac{\partial u_{sr}}{r \partial \theta} + \frac{\partial u_{s\theta}}{\partial r} - \frac{u_{s\theta}}{r} \text{ - геометрические уравнения;}$$

$\varepsilon_{sr} = -\varepsilon_{lr}, \quad \varepsilon_{s\theta} = -\varepsilon_{l\theta}$  - кинематические уравнения, от которых произошло название модели.

Граничные условия: при  $\theta = \pm \frac{\pi}{2} \quad (\sigma_{s\theta} - \sigma_{l\theta}) = 0, \quad \tau_{r\theta} = 0,$

$$u_{sr} \Big|_{\substack{\theta=0 \\ r=L}} = 0; \quad \sigma_{lr} \Big|_{r=\rho} = 0.$$

Известно решение Фламана для упругой однофазной полуплоскости:

$$\sigma_r = \frac{-2F \cos \theta}{\pi r}, \quad \sigma_\theta = 0, \quad \tau_{r\theta} = 0.$$

Это решение по кинематической модели разложено на решения для каждой фазы в отдельности Мальцевой Т.В.

Система уравнений для одномерной задачи:

$$\sigma_r = \sigma_{sr} - \sigma_{lr},$$

$$\varepsilon_l = \frac{h}{E_l} \frac{d\sigma_l}{dz}, \quad \varepsilon_s = \frac{1-\nu^2}{E_s} \sigma_s,$$

$$\varepsilon_l = \frac{du_l}{dz}, \quad \varepsilon_s = \frac{du_s}{dz}, \quad \varepsilon_s = -\aleph \varepsilon_l$$

сводится к одному дифференциальному уравнению первого порядка в перемещениях твердой фазы. Его решение имеет вид:

$$u_{sr} = \frac{2F(1-\nu^2)\cos\theta}{\pi E_s} \cdot e^{-a^2 r} \left[ \ln \frac{R}{a^2 r} - \int \frac{e^{a^2 r} - 1}{r} dr \right],$$

Автором определены тангенциальные перемещения

$$u_{s\theta} = \frac{2F \sin \theta}{\pi E_s} \left( \nu(1+\nu) + (1-\nu(1+\nu)a^2 r) \cdot e^{-a^2 r} \left[ \ln \frac{R}{a^2 r} - \int \frac{e^{a^2 r} - 1}{r} dr \right] \right)$$

На основе этого фундаментального решения автором получено решение ряда задач. Например, в задаче о равномерно распределенной нагрузке нормальные вертикальные напряжения:

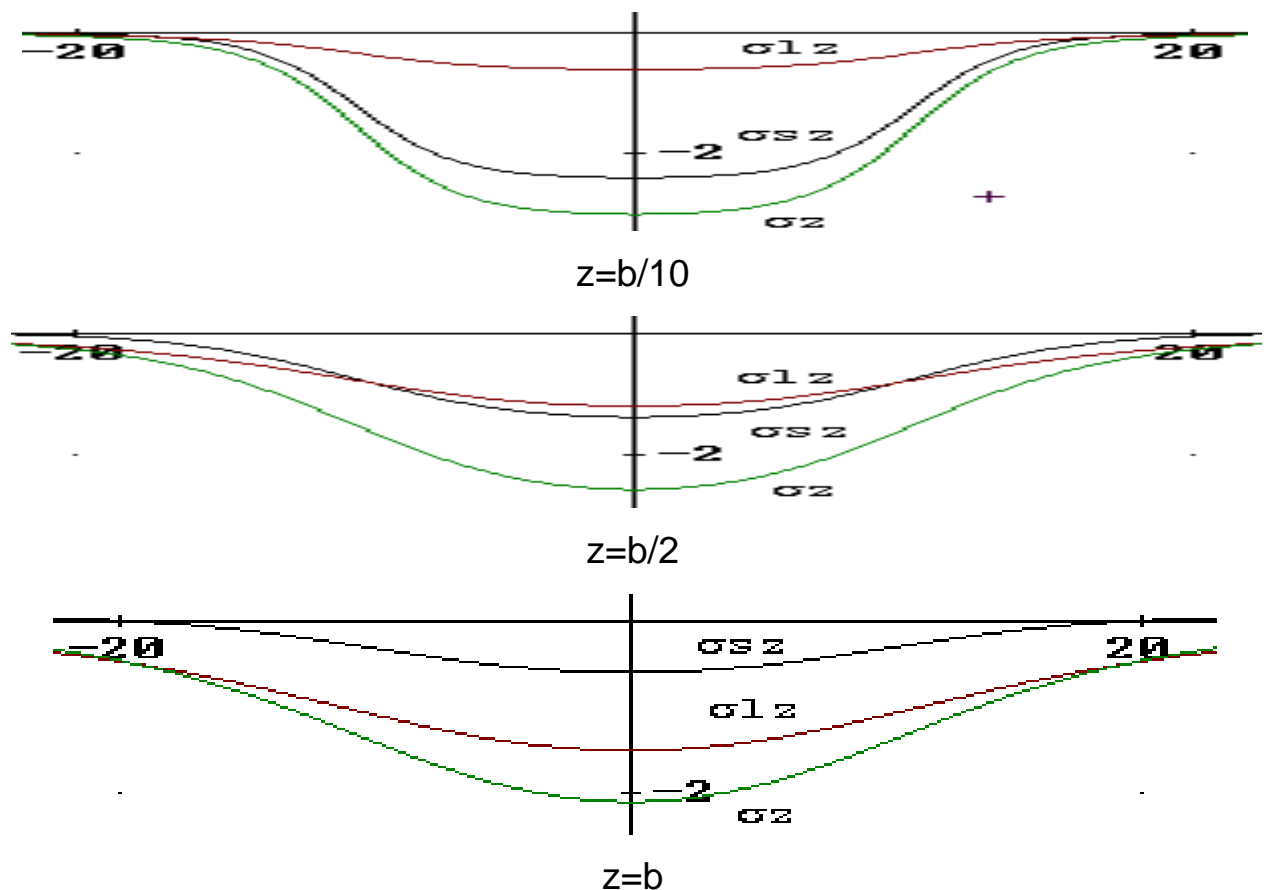
$$\sigma_{lz} = \frac{2q}{\pi} \cdot a^2 \int_{-b}^b \frac{z^3}{r^3} \cdot e^{-a^2 r} \left[ \ln \frac{r}{\rho} + \int_{\rho}^r \frac{e^{a^2 \xi} - 1}{\xi} d\xi \right] d\eta, \quad (1)$$

$$\sigma_{sz} = -\frac{2q}{\pi} \cdot \int_{-b}^b \left( \frac{z^3}{r^4} - a^2 \cdot \frac{z^3 e^{-a^2 r}}{r^3} \left[ \ln \frac{r}{\rho} + \int_{\rho}^r \frac{e^{a^2 \xi} - 1}{\xi} d\xi \right] \right) d\eta,$$

$$\rho \leq \xi \leq r, \quad r = \sqrt{(x - \eta)^2 + z^2}.$$

Полученные аналитические зависимости позволяют построить графики изменения напряжений и перемещений по глубине (вдоль оси OZ) и по горизонтали. Проведена замена интеграла с переменным верхним пределом с оценкой погрешности, что позволило ускорить вычислительный процесс, сохраняя допустимую точность 3 %.

Приведем графики нормальных напряжений в разных сечениях (рис. 3):



**Рис. 3** Изменение вертикальных напряжений в твердой  $\sigma_{sz}$ , жидкой  $\sigma_{lz}$  фазах и суммарных  $\sigma_z$ .

Решена задача о моделировании вертикального армирования основания автомобильной дороги, которая математически выглядит следующим образом: тело насыпи заменяется равномерно распределенной нагрузкой, приложенной в зоне контакта насыпи с дневной поверхностью водонасыщенного основания. На некотором расстоянии от насыпи искусственно вводится полосовая нагрузка, направленная вверх от дневной поверхности, которая обеспечивает равенство нулю перемещений поровой воды на вертикалях, совпадающих с вертикальным армированием.

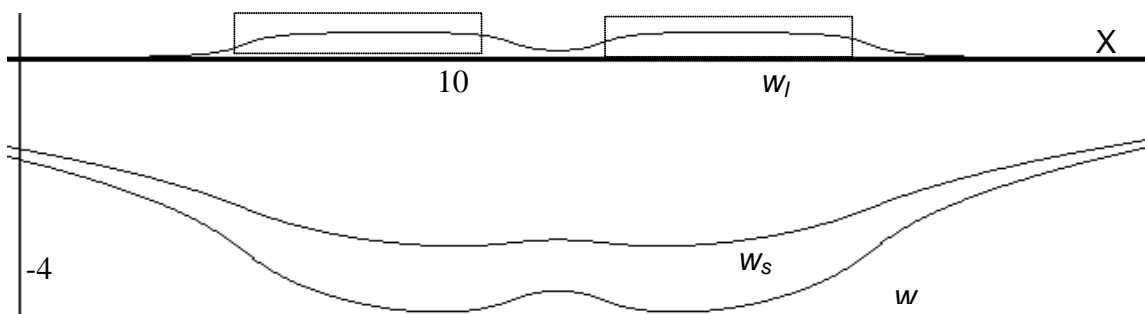
Горизонтальные перемещения поровой воды в полосе между вертикалями уменьшились, что привело к уменьшению осадок нижней границы насыпи на 20%.

Решена задача о действии двух и более сооружений на двухфазное основание. Приведем, например, формулы для напряжений

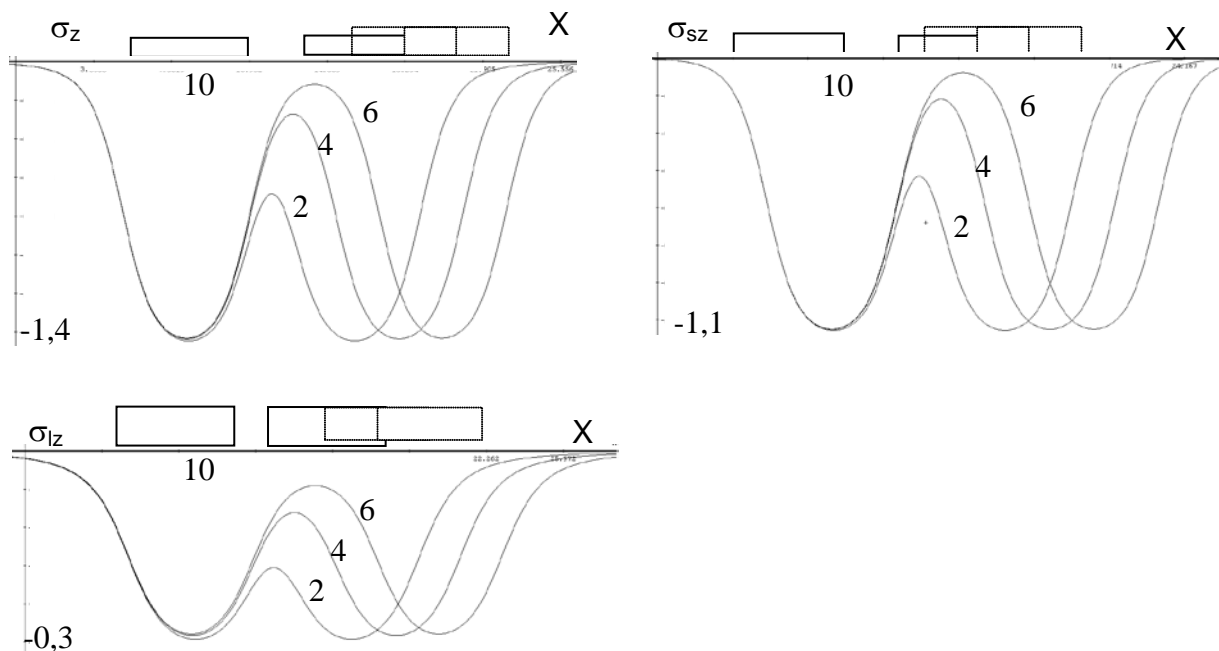
$$\sigma_{sz} = -\frac{2q_1}{\pi} \int_c^{c+b_1} f_1(x, z, \xi) d\xi - \frac{2q_2}{\pi} \int_{c+b_1+d}^{c+b_1+d+b_2} f_1(x, z, \xi) d\xi,$$

$$\sigma_{lz} = \frac{2q_1}{\pi} \int_c^{c+b_1} f_2(x, z, \xi) d\xi + \frac{2q_2}{\pi} \int_{c+b_1+d}^{c+b_1+d+b_2} f_2(x, z, \xi) d\xi,$$

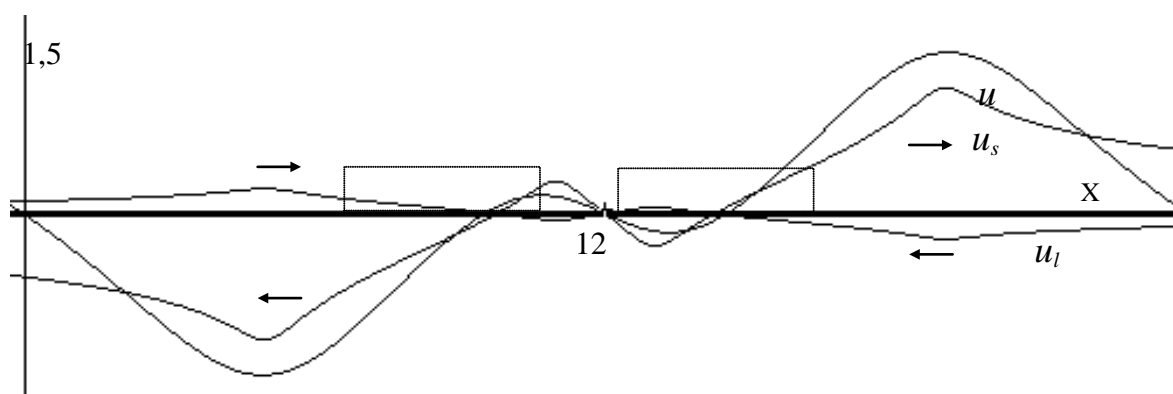
а соответствующие графики изобразим на рис. 4, 5, 6.



**Рис. 4** Вертикальные перемещения точек в сечении  $z=0.5$  м,  $w_s$   $w_l$  – по кинематической модели,  $w$  – по решению Фламана.



**Рис. 5** Зависимость напряжений в сечении  $z=2\text{м}$  от расстояния между объектами  $d=2\text{м}$ ,  $d=4\text{м}$ ,  $d=6\text{м}$



**Рис. 6** Горизонтальные перемещения точек в сечении  $z=0.5\text{ м}$

**В третьей главе** проведен расчет упругого двухфазного полупространства в стабилизированном состоянии.

Постановка краевой задачи:

$$\frac{\partial(\sigma_{sR} - \sigma_{lR})}{\partial R} + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{1}{R} \frac{\partial \tau_{\varphi R}}{\partial \varphi} + \frac{1}{R} \frac{\partial \tau_{R\theta}}{\partial \theta} +$$

$$+ \frac{2(\sigma_{sR} - \sigma_{lR}) - (\sigma_{s\varphi} - \sigma_{l\varphi}) - (\sigma_{s\theta} - \sigma_{l\theta}) + \tau_{R\theta} \operatorname{ctg} \theta}{R} = 0$$



$$\frac{\partial \tau_{R\varphi}}{\partial R} + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{1}{R} \frac{\partial (\sigma_{s\varphi} - \sigma_{l\varphi})}{\partial \varphi} + \frac{1}{R} \frac{\partial \tau_{\varphi\theta}}{\partial \theta} + \frac{3\tau_{R\varphi} + 2\tau_{\varphi\theta} \operatorname{ctg} \theta}{R} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{R\theta}}{\partial R} + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{1}{R} \frac{\partial \tau_{\theta\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{R} \frac{\partial (\sigma_{s\theta} - \sigma_{l\theta})}{\partial \theta} + \frac{(\sigma_{s\theta} - \sigma_{l\theta} - (\sigma_{s\varphi} - \sigma_{l\varphi})) \operatorname{ctg} \theta + 3\tau_{R\theta}}{R} = 0$$

$$\nabla^2 (\sigma_{sR} - \sigma_{lR} + (\sigma_{s\theta} - \sigma_{l\theta}) + (\sigma_{s\varphi} - \sigma_{l\varphi})) = 0,$$

$$(\sigma_{s\theta} - \sigma_{l\theta}) = -(\sigma_{s\varphi} - \sigma_{l\varphi}), \tau_{\theta\varphi} = 0, \tau_{R\theta} = 0.$$

Для задания краевых условий выделим две полусферы:  $S_1$  малого ( $\rho$ ) и  $S_2$  большого ( $L$ ) радиуса. Сосредоточенную силу  $F$  заменим эквивалентной нагрузкой, распределенной по поверхности  $S_1$ :  $\sigma_{sR}|_{S_1} = -\sigma_0$ , перемещения  $u_{sR}$  на поверхности сферы  $S_2$  принимаются равными нулю:  $u_{sR}|_{S_2} = 0$ . На дневной поверхности напряжения в жидкой фазе равны нулю.

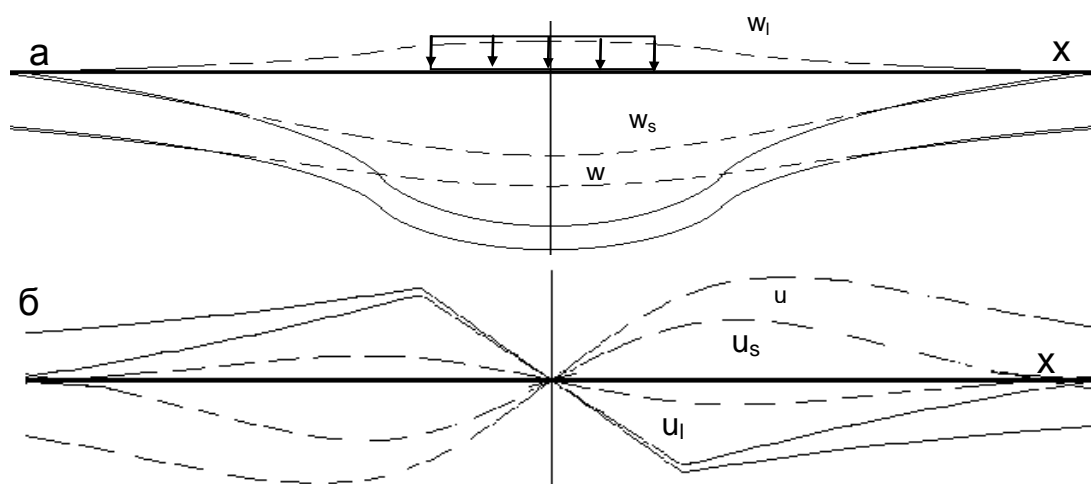
Мальцевой Т.В. получено разложение известного решения Буссинеска на две фазы

$$\sigma_{sR} - \sigma_{lR} = -\frac{3F}{2\pi} \cdot \frac{\cos \theta}{R^2}.$$

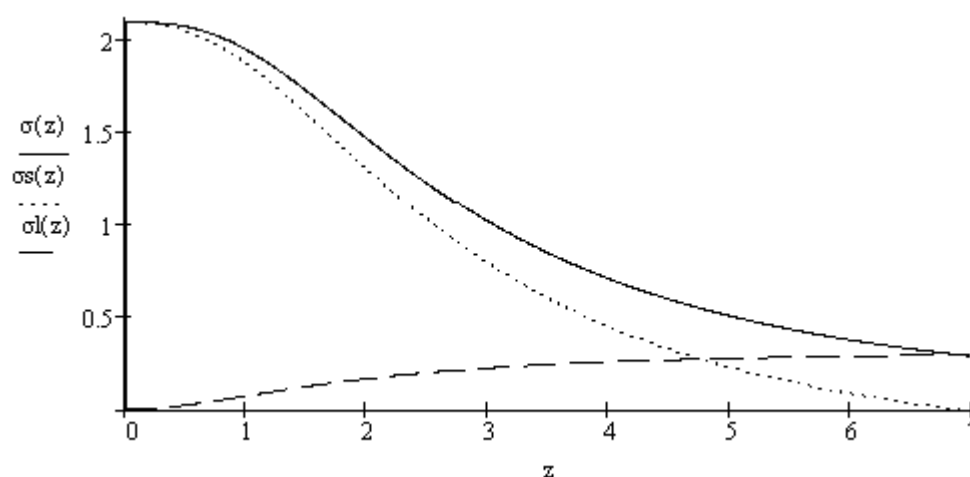
Дополнив это уравнение равновесия другими уравнениями кинематической модели (как в случае разложения решения Фламана), сведем систему к дифференциальному уравнению первого порядка относительно перемещений твердой фазы, после интегрирования которого имеем, например:

$$u_{sR} = \frac{3F \cos \theta}{2\pi E_s} \cdot \left( e^{-a^2 L} \cdot \int_{\rho}^L \frac{e^{a^2 R}}{R^2} dR - e^{-a^2 R} \cdot \int_{\rho}^R \frac{e^{a^2 R}}{R^2} dR \right).$$

На основании этого фундаментального решения решено несколько задач: о действии на полупространство нагрузки, распределенной по прямоугольной и круглой площадкам, о действии нагрузки от двух объектов. На рис.7 приведены графики перемещений от действия нагрузки, распределенной по прямоугольнику.



**Рис. 7** Графики а) вертикальных и б) горизонтальных перемещений вдоль оси  $X$



**Рис. 8** Распределение напряжений по глубине в точках под центром круга: суммарных -  $\sigma$ , в твердой  $\sigma_s$  и жидкой  $\sigma_l$  фазах.

**В четвертой главе** решена задача в вязкоупругой постановке.

Рассмотрим, как изменяется на начальном этапе времени поровое давление полуплоскости, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой.

В сечении  $z = 1/5 b$  зафиксируем точку координат ( $z = 1/5 b$ ,  $x=0$ ), для которой покажем изменение поровых напряжений во времени. В упругом решении (1) для  $\sigma_{lz}(z_3 = 1/5 b, x = 0)$ , в соответствии с принципом Вольтерры сделаем переобозначение  $a^2 \rightarrow [a^2(p)]^*$ , получим решение вязкоупругой задачи в изображениях:

$$\sigma_{lz}^* = \frac{2q}{\pi} \cdot (a^2)^* \cdot \int_{-b}^b \frac{(1/5 b)^3}{r^3} \cdot e^{-(a^2)^* r} \left[ \ln \frac{r}{\rho} + \int_{\rho}^r \frac{e^{(a^2)^* \xi} - 1}{\xi} d\xi \right] d\eta, \quad r = \sqrt{\eta^2 + (1/5 b)^2}.$$

В соответствии с методом ломаных Мальцева Л. Е. (1989 г.) представим искомым оригинал  $\sigma_{lz}(t)$  в виде ломаной линии:

$$\bar{\sigma}_{lz}(t) = \sigma(0) \cdot \left( 1 - \sum_{i=0}^5 (c_i - c_{i+1})(t - T_i) h(t - T_i) \right), \quad c_0 = c_6 = T_0 = 0,$$

в котором параметры  $\sigma(0)$ ,  $c_i$ -искомые, а  $T_i$ —заданы как для известного оригинала  $a^2(t)$ .

Перепишем этот сплайн в изображениях

$$\bar{\sigma}_{lz}^*(p) = \sigma(0) \cdot \left( 1 - \sum_{i=0}^5 (c_i - c_{i+1}) \frac{1}{p} e^{-pT_i} \right).$$

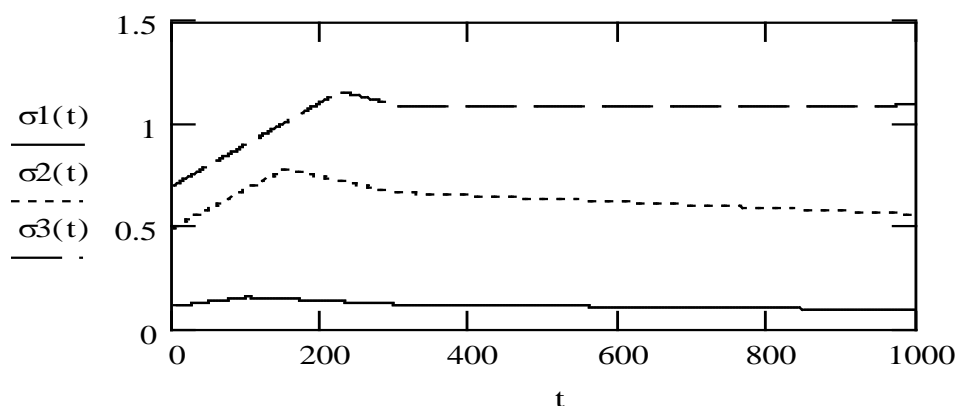
Для определения неизвестных параметров составим СЛАУ, используя условия совпадения

$$\bar{\sigma}_{lz}^*(p = P_j) = \sigma_{lz}^*(p = P_j), \quad j = 1, \dots, k$$

ломаной в изображениях с известной правой частью на системе точек  $P_j$ , которые нужно выбрать специальным образом.

Аналогичные рассуждения повторим для других точек полупространства. На рис.9 изображены графики поровых давлений, изменяющихся во времени.

Проведено сопоставление с известными результатами по теории фильтрационной консолидации (до 300 суток) и теории упругости (после 10000 суток).



**Рис.9** Изменение во времени порового давления в точках:

а)  $x=0$ ,  $z_1 = 1/5 b$  (—),  $z_2 = b$  (···),  $z_3 = 5b$  (- - -)

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

— На основе известных фундаментальных решений получены новые аналитические формулы для напряжений и перемещений в каждой из фаз при загрузке типовыми нагрузками:

а) для пространственной задачи - по прямоугольной и круговой площадкам;

б) для плоской задачи - равномерно распределенной по прямоугольнику, трапеции и двум прямоугольникам, моделирующим близко расположенные сооружения. Все решения приводятся в виде графиков.

— Проанализировано взаимное влияние двух близкорасположенных объектов по перемещениям и напряжениям в каждой из фаз.

Анализ зависимости напряжений в твердой и жидкой фазах от расстояния между объектами показал, что с удалением объектов друг от друга нормальные напряжения в твердой фазе, найденные по кинематической модели, затухают на 40 % быстрее, за счет разгружаю-

щего влияния жидкой фазы, чем аналогичные напряжения, найденные по решению Фламана.

Из графиков вертикальных перемещений  $w_s$  и  $w_l$  следует, что противодвижение жидкой фазы уменьшило вертикальные осадки скелета по сравнению с решением Фламана на 26%.

— Часть перечисленных выше задач решена в вязкоупругой постановке по методу ломаных. Это позволило описать процесс консолидации во времени и сравнить результат с известным решением, полученным по фильтрационной теории консолидации.

Для всех фиксированных пространственных точек поровое давление немонотонно изменяется во времени, причем начальное значение меньше конечного, соответствующего стабилизированному состоянию. Немонотонность изменения порового давления при постоянной во времени нагрузке отражает особенность двухфазной системы, установленную экспериментально. Как следствие, процесс перераспределения давления между фазами является немонотонным.

— Предложены новые приближенные формулы для интегралов с переменным верхним пределом, участвующих в решениях плоской и пространственной задач. Показаны упрощения, полученные на основе этих формул, при решении задач и проанализирована практическая погрешность.

— Во всех решениях численно проанализировано и графически представлено уменьшение напряжений и перемещений в скелете за счет разгружающего влияния поровой воды. Поровые давления могут достигать 70% от суммарных напряжений.

## ОПУБЛИКОВАННЫЕ РАБОТЫ

1. Трефилина Е. Р. Элементы механики многофазного деформируемого тела. / Л. Е. Мальцев, Н. И. Куриленко, Т. В. Степанова,

- Е. Р. Трефилина. Отчет ИММС СО РАН №66, Инв. №029. 30003829, Тюмень, 1992.
2. Трефилина Е. Р. Элементы механики многофазного деформируемого тела / Л. Е. Мальцев, Н. И. Куриленко, Т. В. Степанова, Е. Р. Трефилина. // Сб. "Итоги исследований" ИММС СО РАН №4, Тюмень, 1993. - С. 111-113.
  3. Trefilina E. R. Elements of multiphase deformed solid body mechanics / L. E. Mal'tsev, N. I. Kurilenko, T. V. Stepanova, E. R. Trefilina // Transaction of TIMMS №4 - Tyumen, 1993. – С. 111-113.
  4. Трефилина Е. Р. Модель механики грунтов с кинематическим описанием взаимодействия фаз / Л. Е. Мальцев, Т. В. Степанова, Е. Р. Трефилина. Отчет о НИР ИММС СО РАН №66, Инв.№029.40002629, Тюмень, 1993.
  5. Трефилина Е. Р. Модель механики грунтов с кинематическим описанием взаимодействия фаз / Л. Е. Мальцев, Т. В. Степанова, Е. Р. Трефилина. // Сб. "Итоги исследований" ИММС СО РАН №5. - Тюмень, 1994. - С. 33-40.
  6. Trefilina E. R. Simulation of soil with kinematics Phase relationship / L. E. Mal'tsev, T. V. Stepanova, E. R. Trefilina. // Transaction of TIMMS №5 - Tyumen, 1994. – С. 33-40.
  7. Трефилина Е. Р. Аналитическое решение плоской задачи вязкоупругости. // Сб. докладов конференции "Актуальные проблемы строительства и экологии Западно-Сибирского региона". Москва, 2000, - С. 444-448.
  8. Трефилина Е. Р. Зависимость напряжений от времени при действии равномерной нагрузки на двухфазную полуплоскость / Т. В. Мальцева, Е.Р. Трефилина. // Известия вузов. Нефть и газ. – 2001. - №4. - С. 102-108.

9. Трефилина Е. Р. Влияние препятствия на боковой отток воды из-под насыпи на жесткость основания. // Сб. докладов научно-практической конференции ТюмГАСА. – Тюмень, 2002.
10. Трефилина Е. Р. Взаимовлияние двух фундаментов в двухфазной полуплоскости / Т. В. Мальцева, Е. Р. Трефилина. // Известия вузов. Нефть и газ. - 2003. - № 2. - С. 102-107.
11. Трефилина Е. Р. Влияние двух объектов на распределение напряжений в двухфазном полупространстве. // Математическое и информационное моделирование: Сб. научных трудов. Выпуск 5. - Тюмень, 2003. - С. 96-101.
12. Трефилина Е. Р. Математическое моделирование двухфазного тела с учетом несущей способности жидкой фазы / Т. В. Мальцева Е. Р. Трефилина. // Математическое моделирование. Т. 16 – 2004.- № 11 - С. 47-60.